

유형별 문제: 1-1-1. 제곱근의 뜻과 성질

3학년

반명

성명

01 제곱근의 뜻과 이해

1 $\sqrt{100}$ 의 제곱근은?

2 다음 중 나머지 넷과 다른 하나를 고르면?

- ① $\sqrt{36}$
- ② 6, -6
- ③ 36의 제곱근
- ④ 제곱하여 36이 되는 수
- ⑤ $x^2 = 36$ 을 만족하는 x 의 값

3 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{36} = 6$ 이다.
- ② 제곱근 3은 $\sqrt{3}$ 이다.
- ③ 16의 제곱근은 ± 4 이다.
- ④ -2의 제곱근은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ⑤ 9의 음의 제곱근은 -3이다.

02 근호를 사용하지 않고 제곱근 나타내기

4 주어진 수의 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은?

- ① 1.7
- ② $\frac{8}{9}$
- ③ 0.4
- ④ 5
- ⑤ $\sqrt{36}$

5 다음 수의 제곱근 중에서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것의 개수는?

- | | | |
|--------|--------------------|-------|
| • 8 | • $\frac{16}{250}$ | • 0.1 |
| • 0.64 | • 4000 | • 0.4 |

03 제곱근 구하기

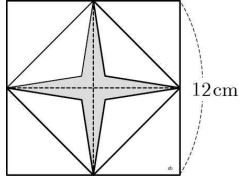
6 $\sqrt{256}$ 의 음의 제곱근을 a , 36의 양의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

7 $\sqrt{16}$ 의 양의 제곱근을 a , 제곱근 9를 b , $(-13)^2$ 의 음의 제곱근을 c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

04 제곱근을 이용하여 정사각형의 한 변의 길이 구하기

8 넓이가 26m^2 인 정사각형 모양의 꽃밭을 만들려고 한다. 이 꽃밭의 한 변의 길이는?

9 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12cm인 정사각형 모양의 색종이를 그림과 같이 연속해서 접는 과정을 계속 반복하였다. 이 때 세 번 접었을 때 나오는 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



05 제곱근의 성질

10 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $\sqrt{7^2}$ ② $(\sqrt{7})^2$
- ③ $\sqrt{(-7)^2}$ ④ $(-\sqrt{7})^2$ ⑤ $-\sqrt{(-7)^2}$

06 제곱근의 성질을 이용한 식의 계산

11 $\sqrt{49} - \sqrt{(-4)^2} + (-\sqrt{2})^2$ 을 간단히 하면?

12 다음을 계산한 것 중에서 틀린 것은?

- ① $\sqrt{(-6)^2} \times \sqrt{5^2} = 30$
- ② $(-\sqrt{12})^2 + (\sqrt{9})^2 = 21$
- ③ $(-\sqrt{15})^2 \div \sqrt{(-3)^2} = 5$
- ④ $\sqrt{169} - \sqrt{(-6)^2} \times (-\sqrt{2})^2 = 1$
- ⑤ $(-\sqrt{0.2})^2 \times (-\sqrt{5})^2 \div (\sqrt{0.1})^2 = \frac{1}{10}$

07 $\sqrt{a^2}$ 의 성질

13 $a > 0$ 일 때, 옳지 않은 것은?

- ① $-\sqrt{(-a)^2} = a$ ② $-(\sqrt{a})^2 = -a$
- ③ $(-\sqrt{a})^2 = a$ ④ $\sqrt{(-a)^2} = a$ ⑤ $(\sqrt{a})^2 = a$

14 $a - b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 하면?

08 $\sqrt{a^2}$ 의 꼴을 포함한 식을 간단히 하기

15 $2 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x-5)^2}$ 을 간단히 하면?

16 $a - b < 0$, $ab < 0$ 일 때,
 $\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3b)^2} - \sqrt{4(a-b)^2}$ 을 간단히 하면?

09 \sqrt{Ax} 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기

17 $\sqrt{60n}$ 이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 n 의 개수는?

18 정육면체 모양의 서로 다른 주사위 두 개를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b 라고 하자. $\sqrt{72ab}$ 가 가장 큰 자연수가 될 때, $a+b$ 의 값은?

10 $\sqrt{\frac{A}{x}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기

19 $\sqrt{\frac{1400}{x}}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 두 번째로 작은 수를 구하면?

20 $\sqrt{\frac{102-2n}{4}}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 모든 합은?

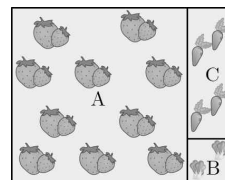
11 $\sqrt{A+x}, \sqrt{A-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 구하기

21 $\sqrt{10+x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수 x 는?

22 $\sqrt{50-n}$ 이 자연수가 되게 하는 자연수 n 의 개수를 구하면?

23 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b 라고 할 때, $\sqrt{30-ab}$ 가 자연수가 될 확률은?

24 그림과 같이 직사각형 모양의 밭을 두 개의 정사각형 A, B와 직사각형 C로 나누어 A에는 딸기를, B에는 상추를, C에는 당근을 심으려고 한다. 정사각형 모양의 땅 A, B의 넓이는 각각 $24n\text{m}^2, (90-n)\text{m}^2$ 이고 변의 길이가 모두 자연수일 때, 직사각형 모양의 땅 C의 넓이는? (단, n 은 자연수)



12 제곱근의 대소 관계

25 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{30} > 5$ ② $8 > \sqrt{63}$
 ③ $\sqrt{3^2} < \sqrt{(-4)^2}$ ④ $-\sqrt{7} > -\sqrt{10}$ ⑤ $-\sqrt{\frac{1}{2}} > -\frac{1}{2}$

26 $-\sqrt{15}$ 에 가장 가까운 정수를 a , $\sqrt{75}$ 에 가장 가까운 정수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

27 $0 < a < 1$ 일 때, 다음 수를 큰 것부터 차례로 배열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하면?

$$a, \sqrt{\frac{1}{a}}, a^2, \sqrt{a}, \left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2$$

13 제곱근의 성질과 대소 관계

28 <보기>의 식의 값은?

<보기>

$$\sqrt{(4-\sqrt{15})^2} - \sqrt{(\sqrt{6}-2)^2} - \sqrt{(-3)^2} - (-\sqrt{7})^2$$

14 제곱근을 포함한 부등식

29 부등식 $3 < \sqrt{5x} < 4$ 를 만족하는 자연수 x 의 합을 구하면?

30 $2 < \sqrt{2a+1} < 5$ 를 만족하는 자연수 a 의 값 중에서 가장 큰 수를 M , 가장 작은 수를 m 이라고 할 때, $M+m$ 의 값은?

15 \sqrt{x} 이하의 자연수 구하기

31 자연수 x 에 대하여 \sqrt{x} 이하의 자연수의 개수를 $P(x)$ 라고 할 때, $P(9)+P(18)+P(27)+P(36)$ 의 값은?

32 자연수 x 에 대하여 \sqrt{x} 보다 작거나 같은 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(3)+f(4)+f(5)+\dots+f(33)$ 의 값은?

유형별 문제: 1-1-2. 무리수와 실수

3학년

반명

성명

01 유리수와 무리수 구별하기

33 <보기>의 수 중에서 무리수의 개수는?

<보기>

$$\sqrt{10}, \sqrt{16}, \sqrt{\frac{3}{12}},$$

$$\sqrt{\pi+5}, 8.\dot{5}, -\sqrt{0.1}, -\sqrt{9}+5$$

34 다음 중 순환하지 않는 무한소수로 나타나는 것은?

- ① $\sqrt{2.7}$ ② $\sqrt{0.4}$
 ③ $-\sqrt{169}$ ④ $\sqrt{\frac{7}{63}}$ ⑤ $\sqrt{1.21}$

02 무리수의 이해

35 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.
 ② 유한소수는 모두 유리수이다.
 ③ 순환소수는 모두 무한소수이다.
 ④ 무한소수는 모두 무리수이다.
 ⑤ 유리수가 아닌 실수는 모두 무리수이다.

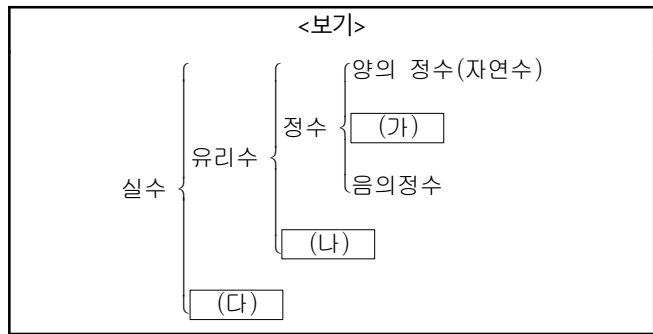
36 다음 조건을 모두 만족하는 x 의 개수를 구하면?

(가) x 는 30 이하의 자연수이다.
 (나) \sqrt{x} 는 무리수이다.

37 $\sqrt{2n}, \sqrt{5n}, \sqrt{20n}$ 이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구한 것은? (단, $n \leq 100$)

03 실수의 분류

38 다음 <보기>는 실수의 분류를 나타낸 것이다. (가)~(다)에 해당하는 수로 옳게 짝지어진 것은?



- ① (가) -1 , (나) 1.5 , (다) π
 ② (가) 0 , (나) $0.\dot{7}$, (다) $\sqrt{3.6}$
 ③ (가) 0 , (나) $-\frac{1}{2}$, (다) $2 + \sqrt{4}$
 ④ (가) 1 , (나) $\sqrt{0.49}$, (다) 3.14
 ⑤ (가) 2 , (나) $\sqrt{9}$, (다) $-\sqrt{0.1}$

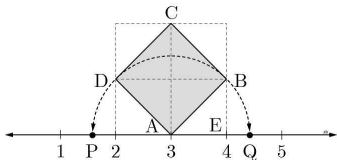
39 다음 중 안에 해당하는 수는?

실수	{	유리수	{	정수
		<input type="checkbox"/>		정수가 아닌 유리수

- ① $\sqrt{16}$ ② $\sqrt{0.01}$
 ③ $3 + \sqrt{4}$ ④ $\sqrt{2.5}$ ⑤ $-\frac{2}{\sqrt{9}}$

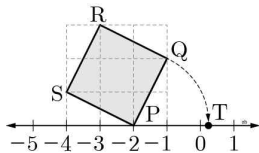
04 무리수를 수직선 위에 나타내기

40 그림은 한 칸의 가로와 세로의 길이가 각각 1인 모눈종이 위에 정사각형 ABCD를 그린 것이다. 점 A를 중심으로 하고 \overline{AB} 를 반지름으로 하는 원을 그려서 수직선과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 옳지 않은 것은?



- ① 정사각형 ABCD의 넓이는 2이다.
 ② $\overline{AQ} = \sqrt{2}$
 ③ $\overline{PE} = 2 + \sqrt{2}$
 ④ 점 P에 대응하는 수는 $3 - \sqrt{2}$ 이다.
 ⑤ 점 Q에 대응하는 수는 $3 + \sqrt{2}$ 이다.

41 한 칸의 가로와 세로의 길이가 각각 1인 모눈종이 위에 정사각형 PQRS와 수직선을 그린 것이다. \overline{PQ} 의 길이와 점 T에 대응하는 수를 구하면?



05 실수와 수직선

42 실수에 대한 설명 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고르면?

<보기>

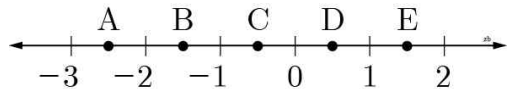
ㄱ. π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
 ㄴ. 무리수는 양수, 음수로 분류할 수 있다.
 ㄷ. 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
 ㄹ. 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

43 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

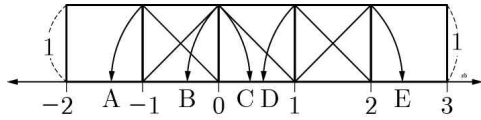
- ① $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 다른 무리수가 있다.
 ② 서로 다른 두 정수 사이에는 또 다른 정수가 있다.
 ③ 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
 ④ 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응시킬 수 있다.
 ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

06 수직선에서 무리수에 대응하는 점 찾기

44 다음 수직선 위의 점 중에서 $\sqrt{6}-3$ 을 나타 내는 점은?



45 다음 그림은 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형들을 그린 것이다. 수직선에서 $\sqrt{2}-1$ 에 대응하는 점은?

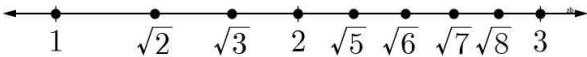


07 두 실수 사이의 수

46 두 수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은?
(단, $\sqrt{3}=1.732$, $\sqrt{7}=2.646$)

- ① $\sqrt{2^2}$ ② $\sqrt{7}-0.6$
- ③ $\sqrt{3}+0.3$ ④ $2(\sqrt{7}-\sqrt{3})$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{7}}{3}$

47 자연수의 양의 제곱근 $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, 3$ 에 대응하는 점을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다. 1과 2 사이에는 2개의 점이 있고, 2와 3 사이에는 4개의 점이 있다. 이와 같은 방법으로 계속 점을 나타낸다고 할 때, 12와 13 사이에 있는 점의 개수는?



48 두 무리수 $1-\sqrt{2}$ 와 $2+\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수의 합은?

08 실수의 대소 관계

49 다음 두 실수의 대소를 비교한 것 중에서 옳은 것은?

- ① $2+\sqrt{6} > 5$ ② $2 < \sqrt{5}-3$
- ③ $-\sqrt{\frac{1}{5}} < -\frac{1}{3}$ ④ $\sqrt{7}-\sqrt{5} > \sqrt{7}-2$
- ⑤ $4-\sqrt{8} < \sqrt{15}-\sqrt{8}$

50 $A=\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $B=2+\sqrt{3}$, $C=\sqrt{5}+2$ 일 때, A, B, C 의 대소를 비교하면?

58 $\sqrt{5}=a$, $\sqrt{7}=b$ 일 때, $\sqrt{12}$ 를 a , b 를 사용하여 바르게 나타낸 것은?

- ① $a+b$ ② a^2+b^2
 ③ \sqrt{ab} ④ $\sqrt{a+b}$ ⑤ $\sqrt{a^2+b^2}$

05 제곱근표를 이용하여 제곱근의 값 구하기

59 다음 제곱근표를 이용하여 어림한 값이 \sqrt{a} 는 3.347, \sqrt{b} 는 3.633일 때, $5(b-a)$ 의 값은?

수	0	1	2	3	4
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661

60 다음은 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652

- ① $\sqrt{250}$ ② $\sqrt{2.63}$
 ③ $\sqrt{0.0272}$ ④ $\sqrt{0.024}$ ⑤ $\sqrt{2720}$

06 제곱근표에 없는 수의 제곱근의 값 구하기

61 $1.7^2 = 2.89$, $2.89^2 = 8.3521$ 일 때, $\sqrt{0.0289}$ 의 값을 구하면?

62 제곱근표에서 $\sqrt{5}$ 의 값이 2.236, $\sqrt{50}$ 의 값이 7.071일 때, $\frac{\sqrt{0.5}}{10}$ 의 값을 구하면?

63 $\sqrt{21} = 4.583$, $\sqrt{2.1} = 1.449$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{0.021} = 0.01449$ ② $\sqrt{0.21} = 0.4583$
 ③ $\sqrt{210} = 45.83$ ④ $\sqrt{2100} = 458.3$
 ⑤ $\sqrt{21000} = 14.49$

07 분모의 유리화

64 $\sqrt{0.024} = k\sqrt{15}$ 를 만족하는 유리수 k 의 값은?

65 다음 중 분모를 유리화한 것으로 옳지 않은 것은?

- ① $\frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13}}{13}$ ② $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{19}} = \frac{2\sqrt{38}}{19}$
 ③ $\frac{10}{2\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ ④ $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{14}}{7}$ ⑤ $\frac{5}{\sqrt{12}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

66 두 유리수 a, b 에 대하여 $a > 0, b > 0$ 이고

$a + b = 12, ab = 3$ 일 때, $\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}}$ 의 값은?

08 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

67 $3\sqrt{14} \div 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{5}$ 을 계산하면?

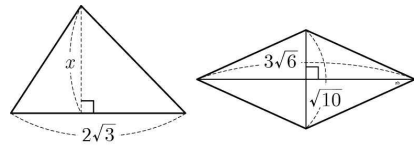
68 다음 중 계산 결과가 다른 하나는?

- ① $\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ ② $3\sqrt{\frac{70}{3}} \sqrt{\frac{6}{7}}$
 ③ $\sqrt{12} \times \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times 2\sqrt{5}$
 ⑤ $2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{\sqrt{6}}$

09 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 도형에의 활용

69 가로 길이가 $5\sqrt{3}$, 높이가 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 인 직육면체의 부피가 45일 때, 이 직육면체의 세로의 길이는?

70 그림과 같은 삼각형의 넓이와 마름모의 넓이가 같을 때, x 의 값은?



유형별 문제: 1-2-2.제곱근의 덧셈과 뺄셈

3학년

반명

성명

01 제곱근의 덧셈과 뺄셈

71 $x = \sqrt{17}$ 일 때, $x + \frac{1}{x}$ 을 계산한 결과가 $a\sqrt{17}$ 일 때, a 의 값은?

72 $a > 0, b > 0$ 이고 $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}$ 의 값은?

02 $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ 꼴이 포함된 제곱근의 덧셈과 뺄셈

73 $\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32}$ 를 간단히 한 것은?

74 $\sqrt{7} - \sqrt{90} + \sqrt{28} + \sqrt{10}$ 을 간단히 하면 $a\sqrt{7} + b\sqrt{10}$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

75 $ab = 5$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{2a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

03 분배법칙을 이용한 제곱근의 덧셈과 뺄셈

76 $\sqrt{2}(\sqrt{6} + 3\sqrt{2}) - (4\sqrt{5} + \sqrt{15}) \div \sqrt{5}$ 를 간단히 하면?

77 $A = \sqrt{3} - 4\sqrt{2}, B = -2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ 일 때, $2A - 3B$ 의 값을 구하면?

04 분모의 유리화를 이용한 제곱근의 덧셈과 뺄셈

78 다음 중에서 $\sqrt{24} \div \sqrt{3}$ 와 계산 결과가 다른 것은? (정답 2개)

- ① $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- ② $\sqrt{18} - \sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{48} \div \sqrt{6}$
- ④ $\sqrt{54} - \sqrt{6}$
- ⑤ $\sqrt{42} \div \sqrt{6} \div \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$



05 분배법칙을 이용한 분모의 유리화

79 $\frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \frac{4}{\sqrt{32}}$ 을 간단히 하면?

80 $\frac{\sqrt{24}-6}{\sqrt{12}}$ 의 분모를 유리화하니 $a\sqrt{2}-b\sqrt{3}$ 이 되었다. 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

81 $A = \sqrt{18} - \sqrt{3}$, $B = \sqrt{2}A$, $C = -3\sqrt{3} + \frac{B}{\sqrt{3}}$ 일 때, C의 값은?

06 근호를 포함한 복잡한 식의 계산

82 $\frac{7-\sqrt{10}}{\sqrt{2}} - (\sqrt{5}-3\sqrt{2}) \div \frac{2}{\sqrt{10}}$ 를 계산하면?

07 제곱근의 계산 결과가 유리수가 될 조건

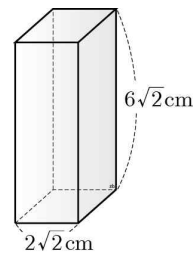
83 $\sqrt{5}(3\sqrt{5}-a) - \sqrt{20}(3+\sqrt{5})$ 를 계산한 값이 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하면?

84 다음 식을 계산하면 그 결과가 유리수라고 할 때, 계산 결과는? (단, a 는 유리수)

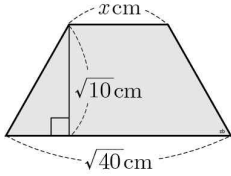
$$\sqrt{10} \left(\sqrt{10} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) - \frac{a}{\sqrt{3}} (2\sqrt{6} - 6\sqrt{3})$$

08 제곱근의 덧셈과 뺄셈의 도형에의 활용

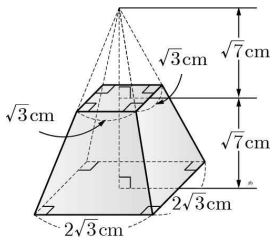
85 그림과 같이 밑면의 가로 길이가 $2\sqrt{2}$ cm 이고 높이가 $6\sqrt{2}$ cm 인 직육면체의 겉넓이가 $64+24\sqrt{6}$ cm² 일 때, 이 직육면체의 부피는?



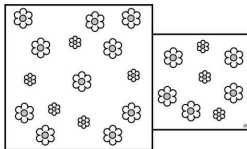
86 그림과 같이 윗변의 길이가 x cm, 아랫변의 길이가 $\sqrt{40}$ cm, 높이가 $\sqrt{10}$ cm 인 사다리꼴의 넓이가 $(10+2\sqrt{5})\text{cm}^2$ 일 때, x 의 값은?



87 다음 그림과 같은 각뿔대의 부피는?

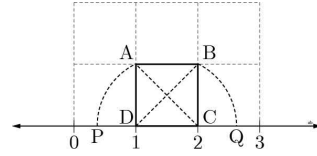


88 넓이의 합이 30cm^2 인 정사각형 모양의 화단 두 개가 붙어 있다. 큰 화단과 작은 화단의 넓이의 비가 3:2 일 때, 화단 전체의 둘레의 길이는?

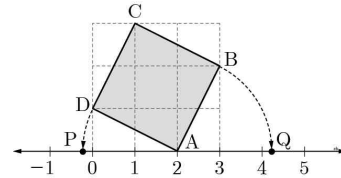


09 제곱근의 덧셈과 뺄셈의 수직선에서의 활용

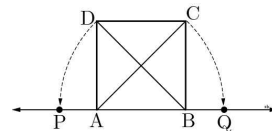
89 다음 한 칸의 가로와 세로의 길이가 각각 1인 모눈종이 위에 수직선과 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD를 그린 것이다. $\overline{CA} = \overline{CP}$, $\overline{DB} = \overline{DQ}$ 일 때, \overline{PQ} 의 길이는?



90 그림은 한 칸의 가로와 세로의 길이가 각각 1인 모눈종이 위에 정사각형 ABCD와 수직선을 그린 것이다. $\overline{AB} = \overline{AQ}$, $\overline{AD} = \overline{AP}$ 일 때, 점 P에 대응하는 수를 a , 점 Q에 대응하는 수를 b 라고 하자. 이때 $2a - b$ 의 값은?



91 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. $\overline{AC} = \overline{AQ}$, $\overline{BD} = \overline{BP}$ 이고, 점 Q에 대응하는 수는 $8+3\sqrt{2}$ 이다. 점 B에 대응하는 수를 x , 점 P에 대응하는 수를 y 라고 할 때, $x+y$ 를 구하면?



10 뮐셈을 이용한 실수의 대소 관계

92 실수의 대소 관계가 옳은 것은?

- ① $3\sqrt{2} < \sqrt{18}$ ② $\sqrt{3}+1 > 3$
- ③ $\sqrt{5}-1 < \sqrt{3}-1$ ④ $\sqrt{3}-1 > 1$ ⑤ $\sqrt{3}+1 > 2\sqrt{3}-1$

93 $A=5\sqrt{2}-2$, $B=3\sqrt{2}+1$, $C=4\sqrt{3}-2$ 일 때, 대소 관계가 옳은 것은?

- ① $A > B > C$ ② $A > C > B$
- ③ $B > A > C$ ④ $B > C > A$ ⑤ $C > A > B$

94 다음 <보기>의 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수 사이에 있는 정수의 개수는?

<보기>

$-1-\sqrt{3}, \sqrt{8}-\sqrt{3}, 2+\sqrt{2}, 3-\sqrt{10}, 1+\sqrt{8}$

11 무리수의 정수 부분과 소수 부분

95 $\sqrt{2}$ 의 소수 부분을 a 라 하고, $1+\sqrt{2}$ 의 정수 부분을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

96 $7-\sqrt{13}$ 의 정수 부분을 a , $5+\sqrt{a}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?

97 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 의 정수 부분을 $f(n)$ 이라고 하자. $f(n)=3$ 인 자연수 n 의 최솟값을 a , 최댓값을 b 라고 할 때, $f(ab)$ 의 값을 구하면?

유형별 문제: 1-1-1.제곱근의 뜻과 성질

1. [정답] $\pm\sqrt{10}$

[해설] $\sqrt{100} = 10$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$ 이다.

2. [정답] ①

[해설] ① 6

②, ③, ④, ⑤ ± 6

3. [정답] ④

[해설] ④ 음수의 제곱근은 없다.

4. [정답] ①

[해설] ① $\pm\sqrt{1.7} = \pm\sqrt{\frac{16}{9}} = \pm\frac{4}{3}$

5. [정답] 2개

[해설] $\pm\sqrt{0.64} = \pm 0.8$, $\pm\sqrt{0.4} = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} = \pm\frac{2}{3}$

6. [정답] 2

[해설] $\sqrt{256} = 16$ 의 음의 제곱근은 $a = -\sqrt{16} = -4$

36의 양의 제곱근은 $b = \sqrt{36} = 6$

$\therefore a + b = -4 + 6 = 2$

7. [정답] -8

[해설] $\sqrt{16} = 4$ 의 양의 제곱근은 $a = \sqrt{4} = 2$

제곱근 9는 $b = \sqrt{9} = 3$

$(-13)^2$ 의 음의 제곱근은 $c = -\sqrt{(-13)^2} = -13$

$\therefore a + b + c = -8$

8. [정답] $\sqrt{26}$

[해설] 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$x^2 = 26 \quad \therefore x = \sqrt{26} (\because x > 0)$

9. [정답] $3\sqrt{2}$ (cm)

[해설] 한 변의 길이가 12인 정사각형의 색종이의 넓이는 $12^2 = 144$

색종이를 그림과 같이 접으면 넓이가 $\frac{1}{2}$ 배가 되므로 세 번 접었을

때, 나오는 정사각형의 넓이는 $144 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 18$

따라서 이 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (cm)

10. [정답] ⑤

[해설] ①, ②, ③, ④ 7

⑤ -7

11. [정답] 5

[해설] $\sqrt{49} - \sqrt{(-4)^2} + (-\sqrt{2})^2 = 7 - 4 + 2 = 5$

12. [정답] ⑤

[해설] ⑤ $(-\sqrt{0.2})^2 \times (-\sqrt{5})^2 \div (\sqrt{0.1})^2$

$= 0.2 \times 5 \div 0.1 = \frac{2}{10} \times 5 \times 10 = 10$

13. [정답] ①

[해설] $a > 0$ 일 때,

① $-a < 0$ 이므로 $-\sqrt{(-a)^2} = -\{-(-a)\} = -a$

② $-(\sqrt{a})^2 = -a$

③ $(-\sqrt{a})^2 = a$

④ $-a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = -(-a) = a$

⑤ $(\sqrt{a})^2 = a$

14. [정답] $-a-b$

[해설] $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $a < 0$, $b > 0$

따라서 $a < 0$, $-b < 0$ 이므로

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(-b)^2} = -a - b$

15. [정답] $2x-7$

[해설] $2 < x < 5$ 일 때, $x-2 > 0$, $x-5 < 0$

$\therefore \sqrt{(x-2)^2} - \sqrt{(x-5)^2} = x-2 - (-x+5) = 2x-7$

16. [정답] $-a-5b$

[해설] $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $a < 0$, $b > 0$

따라서 $3a < 0$, $-3b < 0$, $a-b < 0$ 이므로

$\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3b)^2} - \sqrt{4(a-b)^2}$

$= -3a - \{-(-3b)\} - \{-2(a-b)\}$

$= -3a - 3b - (-2a + 2b) = -a - 5b$

17. [정답] 2개

[해설] $\sqrt{60n} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times n}$ 이 자연수가 되려면

$n = 3 \times 5 \times k^2$ (단, k 는 자연수)의 꼴이어야 하므로

$\therefore n = 15, 60, 135, \dots$

따라서 조건을 만족하는 두 자리 자연수 n 은 15, 60의 2개이다.

18. [정답] 9

[해설] $\sqrt{72ab} = \sqrt{2^3 \times 3^2 \times ab}$ 가 자연수가 되려면 $ab = 2 \times k^2$ (단, k 는 자연수)의 꼴이어야 한다.
 이때 a, b 는 각각 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 하나이므로 $ab = 2, 8, 18, 32$
 (i) $ab = 32$ 일 때, 이를 만족하는 a, b 의 값이 없으므로 성립하지 않는다.
 (ii) $ab = 18$ 일 때, $a = 3, b = 6$ 또는 $a = 6, b = 3$
 따라서 $\sqrt{72ab}$ 가 가장 큰 자연수가 될 때, $a = 3, b = 6$ 또는 $a = 6, b = 3$ 이므로 $a + b = 9$

19. [정답] 56

[해설] $\sqrt{\frac{1400}{x}} = \sqrt{\frac{2^3 \times 5^2 \times 7}{x}}$ 가 자연수가 되려면 $x = 2 \times 7, 2 \times 7 \times 2^2, 2 \times 7 \times 5^2, 2 \times 7 \times 2^2 \times 5^2$
 따라서 만족하는 자연수 x 의 값 중 두 번째로 작은 수는 $2 \times 7 \times 2^2 = 56$

20. [정답] 196

[해설] $\sqrt{\frac{102-2n}{4}} = \sqrt{\frac{51-n}{2}}$ 이 정수가 되려면 $51-n = 2k^2$ (단, k 는 0 또는 자연수)의 꼴이어야 한다.
 $51-n = 0, 2, 8, 18, 32, 50$
 $\therefore n = 51, 49, 43, 33, 19, 1$
 따라서 자연수 n 의 값의 합은 $51 + 49 + 43 + 33 + 19 + 1 = 196$

21. [정답] 6

[해설] $\sqrt{10+x}$ 가 자연수가 되려면 $10+x = 16, 25, 36, 49, \dots$
 $\therefore x = 6, 15, 26, 39, \dots$
 따라서 가장 작은 자연수 x 는 6이다.

22. [정답] 7

[해설] $\sqrt{50-n}$ 이 자연수가 되려면 $50-n = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, \dots$
 $\therefore n = 49, 46, 41, 34, 25, 14, 1$ ($\because n$ 은 자연수)
 따라서 자연수 n 은 모두 7개이다.

23. [정답] $\frac{1}{18}$

[해설] $\sqrt{30-ab}$ 가 자연수가 되려면 $30-ab = 1, 4, 9, 16, 25$
 $\therefore ab = 29, 26, 21, 14, 5$
 (i) $ab = 29$ 일 때, 이를 만족하는 a, b 가 없다.
 (ii) $ab = 26$ 일 때, 이를 만족하는 a, b 가 없다.
 (iii) $ab = 21$ 일 때, 이를 만족하는 a, b 가 없다.
 (iv) $ab = 14$ 일 때, 이를 만족하는 a, b 가 없다.

(v) $ab = 5$ 일 때, $a = 1, b = 5$ 또는 $a = 5, b = 1$
 따라서 구하려는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

24. [정답] 180

[해설] 정사각형 모양의 땅 A의 넓이는 $24n$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{24n} = \sqrt{2^3 \times 3 \times n}$
 이때 한 변의 길이는 자연수이므로 $n = 2 \times 3 \times k^2$ (단, k 는 자연수)의 꼴이어야 한다.
 $\therefore n = 6, 24, 54, 96, \dots$
 정사각형 모양의 땅 B의 넓이는 $90-n$ 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{90-n}$
 이때 한 변의 길이는 자연수이므로 $90-n = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81$
 $\therefore n = 89, 86, 81, 74, 65, 54, 41, 26, 9$
 즉 $n = 54$ 이므로 땅 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{24 \times 54} = 36$ 이고, 땅 B의 한 변의 길이는 $\sqrt{90-54} = \sqrt{36} = 6$ 이다.
 따라서 직사각형 모양 C의 가로 길이는 6, 세로 길이는 $36-6 = 30$ 이므로 넓이는 $6 \times 30 = 180$

25. [정답] ⑤

[해설] ① $5 = \sqrt{25}$ 이므로 $\sqrt{30} > \sqrt{25} = 5$
 ② $8 = \sqrt{64}$ 이므로 $\sqrt{64} = 8 > \sqrt{63}$
 ③ $\sqrt{3^2} = 3, \sqrt{(-4)^2} = 4$ 이므로 $\sqrt{3^2} < \sqrt{(-4)^2}$
 ④ $\sqrt{7} < \sqrt{10}$ 이므로 $-\sqrt{7} > -\sqrt{10}$
 ⑤ $-\frac{1}{2} = -\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = -\sqrt{\frac{1}{4}}$ 이므로 $-\sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{1}{4}} = -\frac{1}{2}$

26. [정답] 5

[해설] $-\sqrt{16} < -\sqrt{15} < -\sqrt{9}$ 이므로 $a = -4$
 $\sqrt{64} < \sqrt{75} < \sqrt{81}$ 이므로 $b = 9$
 $\therefore a + b = 5$

27. [정답] \sqrt{a}

[해설] $0 < a < 1$ 이므로 $0 < a^2 < a (= \sqrt{a^2}) < \sqrt{a} < 1 < \frac{1}{\sqrt{a}} < \frac{1}{a} (= \frac{1}{\sqrt{a^2}})$
 따라서 주어진 수를 큰 것부터 차례로 배열하면 $\left(\sqrt{\frac{1}{a}}\right)^2, \sqrt{\frac{1}{a}}, \sqrt{a}, a, a^2$
 이므로 세 번째에 오는 수는 \sqrt{a} 이다.

28. [정답] $-4 - \sqrt{6} - \sqrt{15}$

[해설] $4 > \sqrt{15}$ 이므로 $4 - \sqrt{15} > 0$
 $\sqrt{6} > 2$ 이므로 $\sqrt{6} - 2 > 0$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(4-\sqrt{15})^2} - \sqrt{(\sqrt{6}-2)^2} - \sqrt{(-3)^2} - (-\sqrt{7})^2 \\ = (4-\sqrt{15}) - (\sqrt{6}-2) - 3 - 7 = -4 - \sqrt{6} - \sqrt{15} \end{aligned}$$

29. [정답] 5

[해설] $3 < \sqrt{5x} < 4$ 에서

$$9 < 5x < 16 \quad \therefore \frac{9}{5} < x < \frac{16}{5}$$

따라서 이를 만족하는 자연수 x 는 2, 3이므로 그 합은 $2+3=5$

30. [정답] 13

[해설] $2 < \sqrt{2a+1} < 5$ 에서

$$4 < 2a+1 < 25$$

$$3 < 2a < 24 \quad \therefore \frac{3}{2} < a < 12$$

따라서 $M=11$, $m=2$ 이므로 $M+m=13$

31. [정답] 18

[해설] $\sqrt{9}=3$ 이므로 $P(9)=3$

$$4 < \sqrt{18} < 5 \text{이므로 } P(\sqrt{18})=4$$

$$5 < \sqrt{27} < 6 \text{이므로 } P(27)=5$$

$$\sqrt{36}=6 \text{이므로 } P(\sqrt{36})=6$$

$$\therefore P(9)+P(18)+P(27)+P(36)=3+4+5+6=18$$

32. [정답] 113

[해설] $f(3)=1$,

$$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2,$$

$$f(9)=f(10)=\dots=f(15)=3,$$

$$f(16)=f(17)=\dots=f(24)=4,$$

$$f(25)=f(26)=\dots=f(35)=5$$

$$\therefore f(3)+f(4)+f(5)+\dots+f(33)$$

$$= 1+5 \times 2+7 \times 3+9 \times 4+9 \times 5$$

$$= 1+10+21+36+45=113$$

유형별 문제: 1-1-2.무리수와 실수

33. [정답] 3개

[해설] $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{\frac{3}{12}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$, $8.\dot{5} = \frac{85-8}{9} = \frac{77}{9}$,

$$-\sqrt{9}+5 = -3+5=2 \text{는 유리수이다.}$$

따라서 무리수는 $\sqrt{10}$, $\sqrt{\pi+5}$, $-\sqrt{0.1}$ 의 3개이다.

34. [정답] ②

[해설] 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

① $\sqrt{2.7} = \sqrt{\frac{27-2}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ (유리수)

③ $-\sqrt{169} = -13$ (유리수)

④ $\sqrt{\frac{7}{63}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ (유리수)

⑤ $\sqrt{1.21} = \sqrt{(1.1)^2} = 1.1$ (유리수)

35. [정답] ④

[해설] ④ 무한소수 중 순환하지 않는 무한소수는 무리수이고, 순환소수는 유리수이다.

36. [정답] 25

[해설] \sqrt{x} 가 무리수가 되려면 x 는 제곱수가 아니어야 한다.

30이하의 자연수 중 제곱수는

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2 \text{의 5개}$$

따라서 조건을 만족하는 x 는 모두 $30-5=25$ (개)이다.

37. [정답] 89

[해설] (i) $\sqrt{2n}$ 이 유리수가 되려면 $n=2a^2$ (단, a 는 자연수)의 꼴이 되어야 하므로

$$n=2 \times 1^2, 2 \times 2^2, \dots, 2 \times 7^2 \text{의 7개}$$

(ii) $\sqrt{5n}$ 이 유리수가 되려면 $n=5b^2$ (단, b 는 자연수)의 꼴이 되어야 하므로

$$n=5 \times 1^2, 5 \times 2^2, \dots, 5 \times 4^2 \text{의 4개}$$

(iii) $\sqrt{20n} = \sqrt{2^2 \times 5 \times n}$ 이 유리수가 되려면 $n=5c^2$ (단, c 는 자연수)의 꼴이 되어야 하므로 (ii)의 경우와 같다.

따라서 (i), (ii), (iii)에 의하여 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{5n}$, $\sqrt{20n}$ 이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는 $100 - (7+4) = 89$

38. [정답] ②

[해설] 정수는 양의 정수(자연수), 0, 음의 정수로 나눌 수 있으므로 (가)에 해당하는 수는 0이다.

유리수는 정수와 정수가 아닌 유리수로 나눌 수 있으므로 (나)에 해당하는 수는 정수가 아닌 유리수여야 한다.

실수는 유리수와 무리수로 나눌 수 있으므로 (다)에 해당하는 수는 무리수이다.

$2 + \sqrt{4} = 2 + 2 = 4$ 에서 자연수이므로 옳게 짝지어진 것은 ②이다.

39. [정답] ④

[해설] □는 무리수이다.

① $\sqrt{16}=4$ (유리수)

② $\sqrt{0.01} = \sqrt{0.1^2} = 0.1$ (유리수)

③ $3 + \sqrt{4} = 3 + 2 = 5$ (유리수)

⑤ $-\frac{2}{\sqrt{9}} = -\frac{2}{3}$ (유리수)

40. [정답] ③

[해설] ③ 피타고라스의 정리에 의하여

$$AD = AB = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

점 P에 대응하는 수는 $3 - \sqrt{2}$ 이다.
 $\therefore \overline{PE} = 4 - (3 - \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{2}$

41. [정답] $-2 + \sqrt{5}$
 [해설] 피타고라스의 정리에 의하여 정사각형 PQRS의 한 변의 길이는 $\overline{PQ} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
 따라서 점 T에 대응하는 수는 $-2 + \sqrt{5}$ 이다.

42. [정답] 3개
 [해설] π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.

43. [정답] ②
 [해설] ① 서로 다른 두 무리수 사이에 무수히 많은 무리수가 있다.
 ② (반례) 두 정수 1과 2 사이에 또 다른 정수는 없다.

44. [정답] 점 C
 [해설] $2 < \sqrt{6} < 3$ 이므로 $-1 < \sqrt{6} - 3 < 0$
 따라서 $\sqrt{6} - 3$ 은 -1 과 0 사이에 있는 점 C이다.

45. [정답] 점 C
 [해설] 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 직각을 낀 두 변의 길이가 1인 직각이등변삼각형의 빗변의 길이와 같으므로 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 따라서 $A(-\sqrt{2}), B(1 - \sqrt{2}), C(-1 + \sqrt{2}), D(2 - \sqrt{2}), E(1 + \sqrt{2})$ 이므로 $\sqrt{2} - 1$ 에 대응하는 점은 C이다.

46. [정답] ⑤
 [해설] $1 < \sqrt{3} < 2, 2 < \sqrt{7} < 3$
 $\sqrt{3} = 1.732, \sqrt{7} = 2.646$
 ① $\sqrt{3} < \sqrt{2^2} < \sqrt{7}$ 이므로 두 수 사이에 있다.
 ② $\sqrt{7} - 0.6 = 2.646 - 0.6 = 2.046$ 이므로 두 수 사이에 있다.
 ③ $\sqrt{3} + 0.3 = 1.732 + 0.3 = 2.032$ 이므로 두 수 사이에 있다.
 ④ $2(\sqrt{7} - \sqrt{3}) = 2(2.646 - 1.732) = 1.828$ 이므로 두 수 사이에 있다.
 ⑤ $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{7}}{3} = \frac{1.732 + 2.646}{3} = 1.4593 \dots$ 이므로 두 수 사이에 있는 수가 아니다.

47. [정답] 24개
 [해설] 1과 2 사이에 $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ 의 2개의 점
 2와 3 사이에 $\sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ 의 4개의 점
 3과 4 사이에 $\sqrt{10}, \sqrt{11}, \dots, \sqrt{15}$ 의 6개의 점
 ...
 즉 12와 13 사이에

$\sqrt{145}, \sqrt{146}, \dots, \sqrt{168}$ 의 $2 \times 12 = 24$ (개)의 점

48. [정답] 6
 [해설] $1 < \sqrt{2} < 2, -2 < -\sqrt{2} < -1$ 이므로 $-1 < 1 - \sqrt{2} < 0$
 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $3 < 2 + \sqrt{3} < 4$
 따라서 두 무리수 $1 - \sqrt{2}$ 와 $2 + \sqrt{3}$ 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3이므로 그 합은 $0 + 1 + 2 + 3 = 6$

49. [정답] ③
 [해설] ① $2 < \sqrt{6} < 3$ 이므로 $4 < 2 + \sqrt{6} < 5 \therefore 2 + \sqrt{6} < 5$
 ② $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $-1 < \sqrt{5} - 3 < 0 \therefore 2 > \sqrt{5} - 3$
 ③ $-\frac{1}{3} = -\sqrt{\frac{1}{9}}$ 이므로 $-\sqrt{\frac{1}{5}} < -\frac{1}{3}$
 ④ $\sqrt{5} > 2$ 이므로 $-\sqrt{5} < -2 \therefore \sqrt{7} - \sqrt{5} < \sqrt{7} - 2$
 ⑤ $4 > \sqrt{15}$ 이므로 $4 - \sqrt{8} > \sqrt{15} - \sqrt{8}$

50. [정답] $B < A < C$
 [해설] (i) A와 B의 대소를 비교하면
 $\sqrt{5} > 2$ 이므로 $\sqrt{3} + \sqrt{5} > 2 + \sqrt{3} \therefore A > B$
 (ii) A와 C의 대소를 비교하면
 $\sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + 2 \therefore A < C$
 $\therefore B < A < C$

유형별 문제: 1-2-1.제곱근의 곱셈과 나눗셈

51. [정답] ㉠
 [해설] ㉠ ab 의 제곱근은 $\pm \sqrt{ab}$ 이고, ab 의 양의 제곱근은 \sqrt{ab} 이다.

52. [정답] 2
 [해설] $\sqrt{27} \times \sqrt{a} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5a}$
 $= 3\sqrt{3} \times \sqrt{a} \times \sqrt{5} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{a}$
 $= 9 \times 5 \times a = 45a$
 즉 $45a = 90$ 이므로 $a = 2$

53. [정답] 14
 [해설] $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = 2\sqrt{6}$ 이므로 $a = 2$
 $\sqrt{98} = \sqrt{7^2 \times 2} = 7\sqrt{2}$ 이므로 $b = 7 \therefore ab = 2 \times 7 = 14$

54. [정답] ②
 [해설] ① $\sqrt{54} = \sqrt{3^2 \times 6} = 3\sqrt{6}$ 이므로 $\square = 6$
 ② $\sqrt{98} = \sqrt{2 \times 7^2} = 7\sqrt{2}$ 이므로 $\square = 7$
 ③ $\sqrt{240} = \sqrt{2^4 \times 3 \times 5} = 4\sqrt{15}$ 이므로 $\square = 4$

④ $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \times 3^3} = 6\sqrt{3}$ 이므로 $\square = 3$

⑤ $\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5} = 2\sqrt{5}$ 이므로 $\square = 5$

55. [정답] 23

[해설] $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$ 이므로 $a = 18$

$\sqrt{75} = \sqrt{3 \times 5^2} = 5\sqrt{3}$ 이므로 $b = 5 \therefore a + b = 23$

56. [정답] $8\sqrt{5}$

[해설] $6\sqrt{7} = \sqrt{6^2 \times 7} = \sqrt{252}$

$7\sqrt{6} = \sqrt{7^2 \times 6} = \sqrt{294}$

$8\sqrt{5} = \sqrt{8^2 \times 5} = \sqrt{320}$

$9\sqrt{3} = \sqrt{9^2 \times 3} = \sqrt{243}$

$10\sqrt{2} = \sqrt{10^2 \times 2} = \sqrt{200}$

따라서 이 중 가장 큰 무리수는 $8\sqrt{5}$ 이다.

57. [정답] ②

[해설] $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = a^2b$

58. [정답] ⑤

[해설] $\sqrt{12} = \sqrt{5+7} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (\sqrt{7})^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$

59. [정답] 10

[해설] $\sqrt{11.2} = 3.347$ 이므로 $a = 11.2$

$\sqrt{13.2} = 3.633$ 이므로 $b = 13.2$

$\therefore 5(b-a) = 5(13.2 - 11.2) = 10$

60. [정답] ⑤

[해설] ① $\sqrt{250} = \sqrt{2.50 \times 10^2} = 10\sqrt{2.50} = 10 \times 1.581 = 15.81$

② $\sqrt{2.63} = 1.622$

③ $\sqrt{0.0272} = \sqrt{2.72 \times (0.1)^2} = 0.1\sqrt{2.72} = 0.1 \times 1.649 = 0.1649$

④ $\sqrt{0.024} = \sqrt{2.4 \times (0.1)^2} = 0.1\sqrt{2.4} = 0.1 \times 1.549 = 0.1549$

⑤ $\sqrt{2720} = \sqrt{27.20 \times 10^2} = 10\sqrt{27.20}$ 이므로 주어진 표를 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 없다.

61. [정답] 0.17

[해설] $1.7^2 = 2.89$ 에서 $1.7 = \sqrt{2.89}$

$\therefore \sqrt{0.0289} = \sqrt{\frac{2.89}{100}} = \frac{1}{10} \sqrt{2.89} = \frac{1}{10} \times 1.7 = 0.17$

62. [정답] 0.07071

[해설] $\frac{\sqrt{0.5}}{10} = \sqrt{\frac{0.5}{100}} = \sqrt{\frac{5}{1000}} = \sqrt{\frac{50}{10000}} = \frac{\sqrt{50}}{100}$

$= \frac{1}{100} \times 7.071 = 0.07071$

63. [정답] ②

[해설] ① $\sqrt{0.021} = \sqrt{\frac{2.1}{100}} = \frac{1}{10} \sqrt{2.1} = \frac{1}{10} \times 1.449 = 0.1449$

② $\sqrt{0.21} = \sqrt{\frac{21}{100}} = \frac{\sqrt{21}}{10} = \frac{1}{10} \times 4.583 = 0.4583$

③ $\sqrt{210} = \sqrt{2.1 \times 100} = 10\sqrt{2.1} = 10 \times 1.449 = 14.49$

④ $\sqrt{2100} = 10\sqrt{21} = 10 \times 4.583 = 45.83$

⑤ $\sqrt{21000} = \sqrt{2.1 \times 10000} = 100\sqrt{2.1} = 100 \times 1.449 = 144.9$

64. [정답] $k = \frac{1}{25}$

[해설] $\sqrt{0.024} = \sqrt{\frac{24}{1000}} = \sqrt{\frac{3}{125}} = \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

$= \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{5\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{25}$ 이므로 $k = \frac{1}{25}$

65. [정답] ④

[해설] ④ $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{21}}{\sqrt{21} \times \sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{63}}{21} = \frac{2 \times 3\sqrt{7}}{21} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

66. [정답] $4\sqrt{3}$

[해설] $a > 0, b > 0$ 이므로

$\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{a} + \frac{\sqrt{ab}}{b} = \frac{(a+b)\sqrt{ab}}{ab} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

67. [정답] $3\sqrt{10}$

[해설] $3\sqrt{14} \div 2\sqrt{7} \times 2\sqrt{5}$

$= \frac{3\sqrt{14} \times 2\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{10}$

68. [정답] ①

[해설] ① $\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2 \times 3\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5}$

② $3\sqrt{\frac{70}{3}} \sqrt{\frac{6}{7}} = 3\sqrt{\frac{70}{3} \times \frac{6}{7}} = 3\sqrt{20} = 6\sqrt{5}$

③ $\sqrt{12} \times \sqrt{5} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{15} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{45} = 6\sqrt{5}$

④ $\sqrt{6} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times 2\sqrt{5} = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times 2\sqrt{5} = 3 \times 2\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$

⑤ $2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \div \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{30} \times \sqrt{6} = 6\sqrt{5}$

69. [정답] $3\sqrt{6}$

[해설] 직육면체의 세로의 길이를 x 라 하면 직육면체의 부피가 45

이므로 $5\sqrt{3} \times x \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 45$

$$\frac{5\sqrt{6}}{2}x = 45 \quad \therefore x = \frac{18}{\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}$$

70. [정답] $3\sqrt{5}$

[해설] 두 도형의 넓이가 같으므로

$$2\sqrt{3} \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{6} \times \sqrt{10} \quad \sqrt{3}x = 3\sqrt{15} \quad \therefore x = 3\sqrt{5}$$

유형별 문제: 1-2-2.제곱근의 덧셈과 뺄셈

71. [정답] $\frac{18}{17}$

[해설] $x + \frac{1}{x} = \sqrt{17} + \frac{1}{\sqrt{17}} = \sqrt{17} + \frac{\sqrt{17}}{17} = \frac{18\sqrt{17}}{17}$

$\therefore a = \frac{18}{17}$

72. [정답] $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

[해설] $a > 0, b > 0, ab = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} a\sqrt{\frac{b}{a}} + \frac{\sqrt{b}}{b\sqrt{a}} &= \frac{a\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{b\sqrt{a}} = \sqrt{ab} + \frac{b}{b\sqrt{ab}} \\ &= \sqrt{ab} + \frac{1}{\sqrt{ab}} = \sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

73. [정답] $9\sqrt{2}$

[해설] $\sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

74. [정답] 1

[해설] $\sqrt{7} - \sqrt{90} + \sqrt{28} + \sqrt{10}$
 $= \sqrt{7} - 3\sqrt{10} + 2\sqrt{7} + \sqrt{10} = 3\sqrt{7} - 2\sqrt{10}$
 따라서 $a = 3, b = -2$ 이므로 $a + b = 1$

75. [정답] $3\sqrt{10}$

[해설] $a > 0, b > 0$ 이고 $ab = 5$ 이므로

$$\begin{aligned} a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{2a}{b}} &= \sqrt{a^2 \times \frac{8b}{a}} + \sqrt{b^2 \times \frac{2a}{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{2ab} = \sqrt{8 \times 5} + \sqrt{2 \times 5} = \sqrt{40} + \sqrt{10} \\ &= 2\sqrt{10} + \sqrt{10} = 3\sqrt{10} \end{aligned}$$

76. [정답] $2 + \sqrt{3}$

[해설] $\sqrt{2}(\sqrt{6} + 3\sqrt{2}) - (4\sqrt{5} + \sqrt{15}) \div \sqrt{5}$

$$= 2\sqrt{3} + 6 - 4 - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$$

77. [정답] $-2\sqrt{2} - 7\sqrt{3}$

[해설] $2A - 3B = 2(\sqrt{3} - 4\sqrt{2}) - 3(-2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$
 $= 2\sqrt{3} - 8\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 9\sqrt{3} = -2\sqrt{2} - 7\sqrt{3}$

78. [정답] ①, ④

[해설] $\sqrt{24} \div \sqrt{3} = \sqrt{\frac{24}{3}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

① $\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$

② $\sqrt{18} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

③ $\sqrt{48} \div \sqrt{6} = \sqrt{\frac{48}{6}} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{54} - \sqrt{6} = 3\sqrt{6} - \sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{42} \div \sqrt{6} \div \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \sqrt{7} \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{2}$

79. [정답] $\frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

[해설] $\frac{3}{\sqrt{27}} + \frac{6}{\sqrt{18}} - \frac{4}{\sqrt{32}} = \frac{3}{3\sqrt{3}} + \frac{6}{3\sqrt{2}} - \frac{4}{4\sqrt{2}}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}$

80. [정답] 2

[해설] $\frac{\sqrt{24}-6}{\sqrt{12}} = \frac{2\sqrt{6}-6}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}-3}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{(\sqrt{6}-3)\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2} - \sqrt{3}$

따라서 $a = 1, b = 1$ 이므로 $a + b = 2$

81. [정답] $-\sqrt{3} - \sqrt{2}$

[해설] $A = \sqrt{18} - \sqrt{3} = 3\sqrt{2} - \sqrt{3}$
 $B = \sqrt{2}A = \sqrt{2}(3\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 6 - \sqrt{6}$
 $C = -3\sqrt{3} + \frac{B}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{3} + \frac{6 - \sqrt{6}}{\sqrt{3}}$
 $= -3\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{3} - \sqrt{2}$

82. [정답] $\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$

[해설] $\frac{7 - \sqrt{10}}{\sqrt{2}} - (\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) \div \frac{2}{\sqrt{10}}$
 $= \frac{(7 - \sqrt{10})\sqrt{2}}{2} - (\sqrt{5} - 3\sqrt{2}) \times \frac{\sqrt{10}}{2}$

$$= \frac{7\sqrt{2}}{2} - \frac{2\sqrt{5}}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{6\sqrt{5}}{2} = \sqrt{2} + 2\sqrt{5}$$

83. [정답] -6

[해설] $\sqrt{5}(3\sqrt{5}-a) - \sqrt{20}(3+\sqrt{5})$
 $= 15 - a\sqrt{5} - 6\sqrt{5} - 10 = 5 + (-a-6)\sqrt{5}$
 이 수가 유리수가 되려면 $-a-6=0 \quad \therefore a=-6$

84. [정답] 7

[해설] $\sqrt{10}\left(\sqrt{10} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) - \frac{a}{\sqrt{3}}(2\sqrt{6} - 6\sqrt{3})$
 $= 10 - \sqrt{2} - 2\sqrt{2}a + 6a = (10+6a) - (2a+1)\sqrt{2}$
 이 수가 유리수가 되려면
 $2a+1=0 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$
 따라서 구하려는 계산 결과는 $10+6 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 10-3=7$

85. [정답] $12\sqrt{2} + 36\sqrt{3}$

[해설] 이 직육면체의 세로의 길이를 x 라 하면 겉넓이가 $64+24\sqrt{6}$ 이므로
 $64+24\sqrt{6} = 2(2\sqrt{2}x + 2\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}x)$
 $32+12\sqrt{6} = 24+8\sqrt{2}x$
 $8\sqrt{2}x = 8+12\sqrt{6}$
 $2\sqrt{2}x = 2+3\sqrt{6}$
 $\therefore x = \frac{2+3\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+6\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}$
 따라서 직육면체의 부피는
 $2\sqrt{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}+3\sqrt{3}}{2}\right) \times 6\sqrt{2} = 12(\sqrt{2}+3\sqrt{3}) = 12\sqrt{2} + 36\sqrt{3}$

86. [정답] $2\sqrt{2}$

[해설] 사다리꼴의 넓이가 $10+2\sqrt{5}$ 이므로
 $\frac{1}{2} \times (x + \sqrt{40}) \times \sqrt{10} = 10 + 2\sqrt{5}$
 $\sqrt{10}x + 20 = 20 + 4\sqrt{5}$
 $\sqrt{10}x = 4\sqrt{5} \quad \therefore x = \frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

87. [정답] $7\sqrt{7}$

[해설] 주어진 각별대의 부피는 큰 사각뿔의 부피에서 작은 사각뿔의 부피를 뺀 것이다.
 $\frac{1}{3} \times (2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3}) \times 2\sqrt{7} - \frac{1}{3} \times (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) \times \sqrt{7}$
 $= 8\sqrt{7} - \sqrt{7} = 7\sqrt{7}$

88. [정답] $12\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

[해설] 두 화단의 넓이 비가 3:2이므로 큰 화단의 넓이는 $30 \times \frac{3}{5} = 18$, 작은 화단의 넓이는 $30 \times \frac{2}{5} = 12$ 이다.
 따라서 두 화단의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ 이므로 화단 전체의 둘레의 길이는 $4 \times 3\sqrt{2} + 2 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

89. [정답] $-1 + 2\sqrt{2}$

[해설] 피타고라스 정리에 의하여
 $\overline{CA} = \overline{DB} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 이때 $\overline{CA} = \overline{CP} = \sqrt{2}$, $\overline{DB} = \overline{DQ} = \sqrt{2}$ 이므로 점 P 에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{2}$, 점 Q 에 대응하는 수는 $1 + \sqrt{2}$ 이다.
 $\therefore \overline{PQ} = (1 + \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2}) = -1 + 2\sqrt{2}$

90. [정답] $2 - 3\sqrt{5}$

[해설] 피타고라스 정리에 의하여
 $\overline{AB} = \overline{AD} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$
 즉 $\overline{AB} = \overline{AQ}$ 이므로 점 Q 에 대응하는 수는 $2 + \sqrt{5}$, $\overline{AD} = \overline{AP}$ 이므로 점 P 에 대응하는 수는 $2 - \sqrt{5}$ 이다.
 따라서 $a = 2 - \sqrt{5}$, $b = 2 + \sqrt{5}$ 이므로
 $2a - b = 2(2 - \sqrt{5}) - (2 + \sqrt{5})$
 $= 4 - 2\sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = 2 - 3\sqrt{5}$

91. [정답] $18 + 3\sqrt{2}$

[해설] 피타고라스의 정리에 의해
 $\overline{BD} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 이때 $\overline{AC} = \overline{AQ} = \sqrt{2}$ 이고, 점 Q 에 대응하는 수가 $8 + 3\sqrt{2}$ 이므로 점 A 에 대응하는 수는
 $(8 + 3\sqrt{2}) - \sqrt{2} = 8 + 2\sqrt{2}$
 $\overline{AB} = 1$ 이므로 점 B 에 대응하는 수는
 $x = (8 + 2\sqrt{2}) + 1 = 9 + 2\sqrt{2}$
 $\overline{BD} = \overline{BP} = \sqrt{2}$ 이므로 점 P 에 대응하는 수는
 $y = (9 + 2\sqrt{2}) - \sqrt{2} = 9 + \sqrt{2}$
 $\therefore x + y = (9 + 2\sqrt{2}) + (9 + \sqrt{2}) = 18 + 3\sqrt{2}$

92. [정답] ⑤

[해설] ① $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$
 ② $(\sqrt{3}+1)-3 = \sqrt{3}-2 = \sqrt{3}-\sqrt{4} < 0$ 이므로 $\sqrt{3}+1 < 3$
 ③ $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ 이므로 $\sqrt{5}-1 > \sqrt{3}-1$
 ④ $(\sqrt{3}-1)-1 = \sqrt{3}-2 = \sqrt{3}-\sqrt{4} < 0$ 이므로 $\sqrt{3}-1 < 1$
 ⑤ $(\sqrt{3}+1)-(2\sqrt{3}-1) = -\sqrt{3}+2 = -\sqrt{3}+\sqrt{4} > 0$
 이므로 $\sqrt{3}+1 > 2\sqrt{3}-1$

93. [정답] ③

[해설] $A - B = (5\sqrt{2} - 2) - (3\sqrt{2} + 1) = 2\sqrt{2} - 3 < 0$
 이므로 $A < B$
 $C - A = (4\sqrt{3} - 2) - (5\sqrt{2} - 2) = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{2} < 0$
 이므로 $C < A$ $\therefore C < A < B$

94. [정답] 6개

[해설] 음수는 $-1 - \sqrt{3}$, $3 - \sqrt{10}$
 양수는 $\sqrt{8} - \sqrt{3}$, $2 + \sqrt{2}$, $1 + \sqrt{8}$
 (i) 음수 $-1 - \sqrt{3}$ 과 $3 - \sqrt{10}$ 은
 $1 < \sqrt{3} < 2$, $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로
 $-3 < -1 - \sqrt{3} < -2$
 $3 < \sqrt{10} < 4$, $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로
 $-1 < 3 - \sqrt{10} < 0$
 $\therefore -1 - \sqrt{3} < 3 - \sqrt{10}$
 (ii) 양수 $\sqrt{8} - \sqrt{3}$, $2 + \sqrt{2}$, $1 + \sqrt{8}$ 은
 $(\sqrt{8} - \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{2}) = (2\sqrt{2} - \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{2})$
 $= \sqrt{2} - \sqrt{3} - 2 < 0$
 이므로 $\sqrt{8} - \sqrt{3} < 2 + \sqrt{2}$
 $(2 + \sqrt{2}) - (1 + \sqrt{8}) = (2 + \sqrt{2}) - (1 + 2\sqrt{2})$
 $= 1 - \sqrt{2} < 0$
 이므로 $2 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{8}$
 $\therefore \sqrt{8} - \sqrt{3} < 2 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{8}$
 즉 가장 큰 수는 $1 + \sqrt{8}$ 이고, 가장 작은 수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
 따라서 $3 < 1 + \sqrt{8} < 4$, $-3 < -1 - \sqrt{3} < -2$ 이므로 두 수 사이
 에 있는 정수는 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 의 6개이다.

95. [정답] $\sqrt{2} + 1$

[해설] $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $a = \sqrt{2} - 1$
 $2 < 1 + \sqrt{2} < 3$ 이므로 $b = 2$
 $\therefore a + b = (\sqrt{2} - 1) + 2 = \sqrt{2} + 1$

96. [정답] $2 + \sqrt{3}$

[해설] $3 < \sqrt{13} < 4$, $-4 < -\sqrt{13} < -3$ 이므로
 $3 < 7 - \sqrt{13} < 4$ $\therefore a = 3$
 $5 + \sqrt{3}$ 은 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $6 < 5 + \sqrt{3} < 7$
 $\therefore b = (5 + \sqrt{3}) - 6 = \sqrt{3} - 1$
 $\therefore a + b = 3 + (\sqrt{3} - 1) = 2 + \sqrt{3}$

97. [정답] 11

[해설] $f(n) = 3$ 에서 $3 \leq \sqrt{n} < 4$ 이므로 $9 \leq n < 16$
 $\therefore a = 9, b = 15$
 $\sqrt{ab} = \sqrt{9 \times 15} = \sqrt{135}$
 이때 $11 < \sqrt{135} < 12$ 이므로 $\sqrt{135}$ 의 정수 부분은 11이다.
 $\therefore f(ab) = f(135) = 11$